

Kurz nach Einführung der HIV-Tests erhielten 22 Blutspender in Florida die Information, dass ihr HIV-Test positiv war.

7 von diesen 22
Personen begingen
Selbstmord, ohne zu
wissen, ob das Ergebnis
stimmte.



Stine (1996); aktuelle Studien zur Risikokompetenz von Mitarbeitern in HIV-Beratungsstellen: Ellis & Brase (2015); Prinz, Feufel, Gigerenzer & Wegwarth (2015)

Bayesianisches diagnostisches Denken mit gezielten Visualisierungen unterstützen

Jahrestagung der GMA, 23. September 2017

Karin Binder¹, Jörg Marienhagen², Stefan Krauss¹ und Georg Bruckmaier¹

¹ Didaktik der Mathematik, Universität Regensburg

² Universitätsklinikum Regensburg

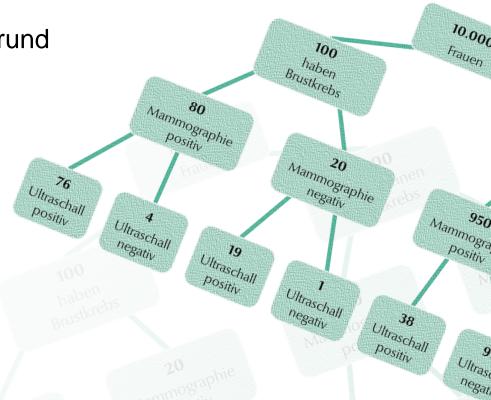






Gliederung

- Theoretischer Hintergrund
- >>> Studie 1
- >>> Studie 2
- Diskussion





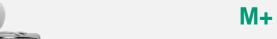
Bayesianische Aufgabe: Früherkennung von Brustkrebs

EREIGNISSE

Frau hat Brustkrebs

B

Frau hat keinen Brustkrebs



Frau hat einen positiven Befund in der

Mammographie erhalten

M-

Frau hat einen negativen Befund in der

Mammographie erhalten

WAHRSCHEIN-LICHKEITEN P(B) Prävalenz

 $P_B(M+)$

Sensitivität des Diagnoseverfahrens

P_B(M+) Falsch-Positiv-Rate

FORMEL VON BAYES

$$P_{M+}(B) = \frac{P_{B}(M+) \cdot P(B)}{P_{B}(M+) \cdot P(B) + P_{\bar{B}}(M+) \cdot P(\bar{B})}$$







Bayesianische Standardaufgabe Wahrscheinlichkeiten vs. natürliche Häufigkeiten



Wahrscheinlichkeitsvariante (Eddy, 1982)

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau, die zu einer Routineuntersuchung geht, Brustkrebs hat, beträgt 1 %.

Wenn eine Frau, die zu einer Routineuntersuchung geht, Brustkrebs hat, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass sie ein positives Mammogramm erhält 80 %.

Wenn eine Frau, die zu einer Routineuntersuchung geht, keinen Brustkrebs hat, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass sie ein positives Mammogramm erhält 9,6 %.

Frage: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau, die zu einer Routineuntersuchung geht, Brustkrebs hat, wenn sie dort ein positives Mammogramm erhält?

Antwort: knapp 8 %

Häufigkeitsvariante (Gigerenzer & Hoffrage, 1995)

Prävalenz P(B)

Sensitivität P_B(M+)

Falsch-Positiv-Rate P_B (M+)

Frage: Wie viele der Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen und ein positives Mammogramm erhalten, haben Brustkrebs?

Antwort: 80 von 1.030





Bayesianischer 2-Test-Fall



Frau: gesund/krank

Test 1: Mammographie

Test 2: Sonographie





2-Test-Fall

Wahrscheinlichkeiten vs. natürliche Häufigkeiten vgl. Hoffrage, Krauss, Martignon & Gigerenzer (2015)



Wahrscheinlichkeitsvariante

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine symptomfreie Frau Brustkrebs hat, beträgt **1** %.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Mammogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt **80** %.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Sonogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt 95 %.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein positives Mammogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs hat, beträgt **9,6** %.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein positives Sonogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs hat, beträgt 7,8 %.

Frage: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau mit positivem Mammogramm und positivem Sonogramm tatsächlich Brustkrebs hat?

Häufigkeitsvariante

Prävalenz

Sensitivität der Mammographie

Sensitivität der Sonographie

Sensitivität der Sonographie

Falsch-Positiv-Rate der

Mammographie

Falsch-Positiv-Rate der Sonographie

Frage: Wie viele der Frauen mit positivem Mammogramm und positivem Sonogramm haben tatsächlich Brustkrebs?

Häufigkeitsvariante

ein positives Mammogramm.

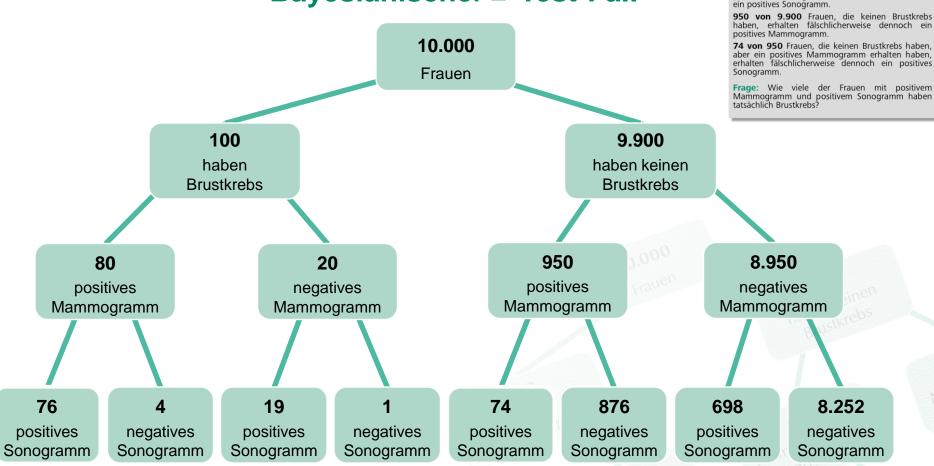
100 von 10.000 symptomfreien Frauen haben Brustkrebs.80 von 100 Frauen, die Brustkrebs haben, erhalten

76 von 80 Frauen, die Brustkrebs haben und ein positives Mammogramm erhalten haben, erhalten



Universität Regensburg

Bayesianischer 2-Test-Fall



Frage: Wie viele der Frauen mit positivem Mammogramm und positivem Sonogramm haben tatsächlich Brustkrebs?

Antwort: 76 von 150

Theor. Hintergrund Studie 1 Studie 2 Diskussion

912



Studie 2 • Forschungsstand

Bayesianischer

McDowell & Jacobs (im Druck)

1-Test-Fall

Hoffrage, Hafenbrädl & Bouquet (2015)

- Siegrist & Keller (2011)
- Gigerenzer & Hoffrage (1995)
- uvm.

McDowell & Jacobs (im Druck)

- Binder, Krauss & Bruckmaier (2015)
- Brase (2008, 2014)
- Steckelberg et al. (2004)
- Wassner (2004)
- uvm.

Bayesianischer 2-Test-Fall

- Hoffrage, Krauss, Martignon & Gigerenzer (2015)
- Krauss, Martignon & Hoffrage (1999)



Strategie 2: Darbietung einer Visualisierung

STRATEGIE 1:

Häufigkeiten statt

Wahrscheinlich-

Natürliche

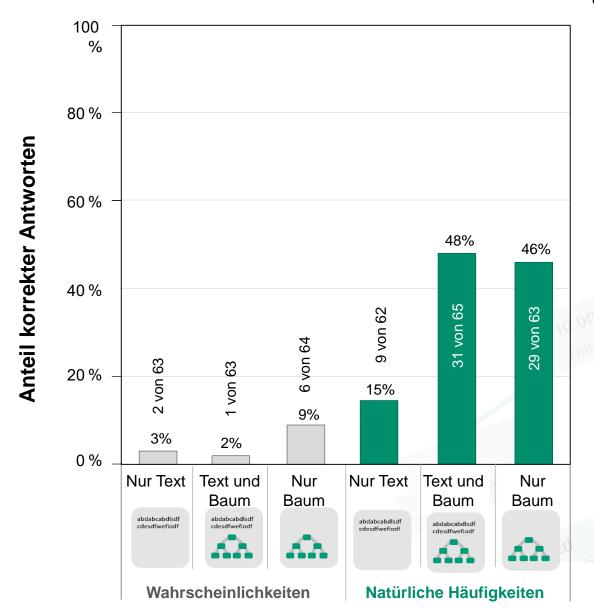
keiten



Studie 1 • Untersuchte Versionen

Nur Text Nur Baum Text und Baum Die Wahrscheinlichkeit, dass eine symptomfreie Frau Die Wahrscheinlichkeit, dass eine symptomfreie Frau Brustkrebs hat, beträgt 1 %. Brustkrebs hat, beträgt 1 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Mammogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt **80** %. Mammogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt 80 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau ein positives Sonogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt 95 % Sonogramm erhält, wenn sie Brustkrebs hat, beträgt 95 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein positives Mammogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs positives Mammogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs Wahrschein-Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein positives Sonogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs hat, Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau fälschlicherweise ein positives Sonogramm erhält, obwohl sie keinen Brustkrebs hat, beträgt 7,8 %. lichkeiten 100 von 10.000 symptomfreien Frauen haben Brustkrebs. 100 von 10.000 symptom freien Frauen haben Brustkrebs. 80 von 100 Frauen, die Brustkrebs haben, erhalten ein 80 von 100 Frauen, die Brustkrebs haben, erhalten ein positives Mammogramm. positives Mammogramm. 76 von 80 Frauen, die Brustkrebs haben, erhalten ein positives 76 von 80 Frauen, die Brustkrebs haben, erhalten ein positives 950 von 9.900 Frauen, die keinen Brustkrebs haben, erhalten 950 von 9.900 Frauen, die keinen Brustkrebs haben, erhalten fälschlicherweise dennoch ein positives Mammogramm. fälschlicherweise dennoch ein positives Mammogramm. 74 von 950 Frauen, die keinen Brustkrebs haben, erhalten 74 von 950 Frauen, die keinen Brustkrebs haben, erhalten Natürliche fälschlicherweise dennoch ein positives Sonogramm. fälschlicherweise dennoch ein positives Sonogramm. Häufigkeiten

Studie 1 • Ergebnisse



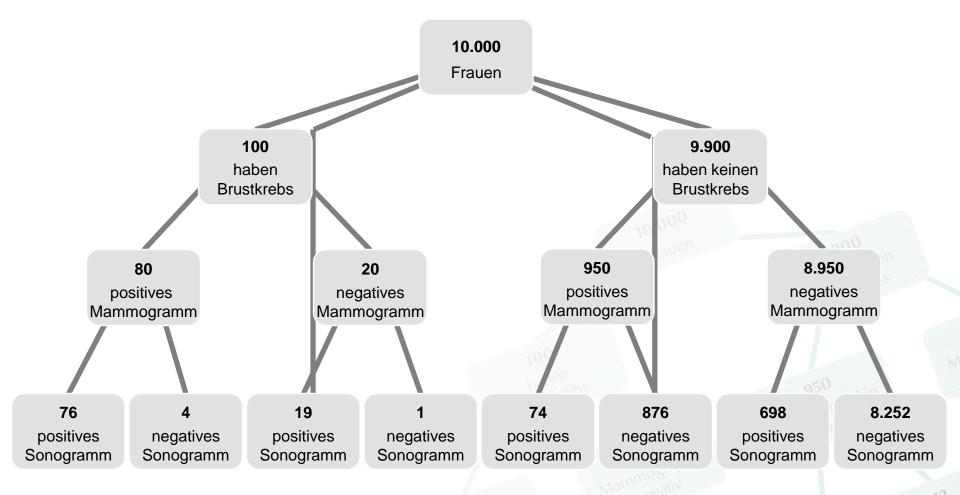
Binder, Krauss, Bruckmaier & Marienhagen (in review)

Studienteilnehmer: 190 Medizinstudierende (Regensburg)

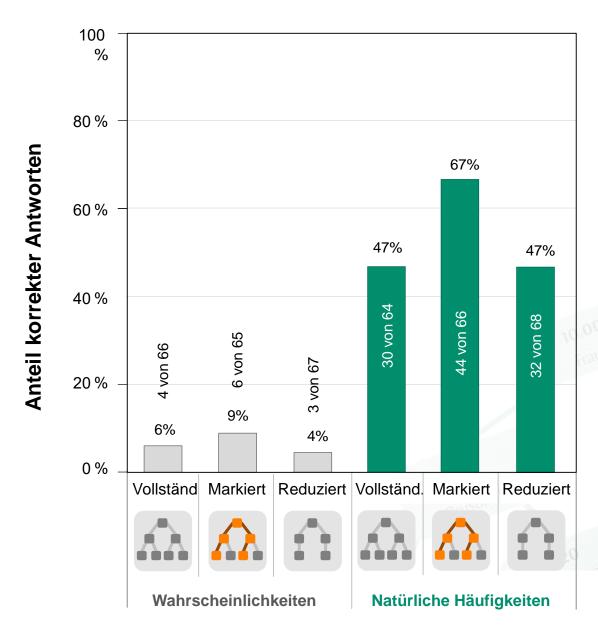
Ergebnisse (gemittelt über beide Kontexte)



Vollständiger vs. markierter vs. reduzierter Baum



Studie 2 • Ergebnisse



Binder, Krauss, Bruckmaier & Marienhagen (in review)

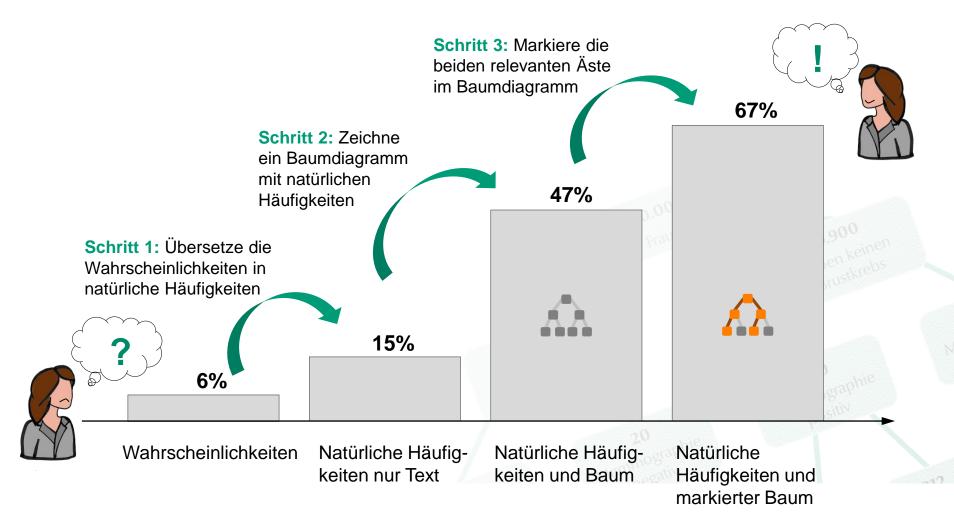
Studienteilnehmer: 198 Medizinstudierende (Regensburg)

Ergebnisse (gemittelt über beide Kontexte)

950 Mammographie positiv



3 Schritte verbessern Bayesianisches Denken





Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

Fragen und Anregungen auch gerne jederzeit an Karin.Binder@ur.de





Literaturverzeichnis

- Binder, K., Krauss, S. and Bruckmaier, G. (2015). Effects of visualizing statistical information An empirical study on tree diagrams and 2 x 2 tables. *Frontiers in psychology*, *6*(1186).
- Binder, K., Krauss, S. Bruckmaier, G. & Marienhagen, J. (in review). Visualizing the Bayesian 2-test case: The effect of tree diagrams on medical decision making. *PlosOne*.
- Brase, G. (2008). Pictorial representations in statistical reasoning. *Applied Cognitive Psychology*, 23, 369–381.
- Brase, G. (2014). The power of representation and interpretation: doubling statistical reasoning performance with icons and frequentist interpretations of ambiguous numbers. *Journal of Cognitive Psychology*, 26, 81–97.
- Eddy, D. M. (1982). Probabilistic reasoning in clinical medicine: Problems and opportunities. In: Kahneman, D.; Slovic, P. und Tversky, A.: *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases.* S. 249-267.
- Ellis, K. M. und Brase, G. (2015). Communicating HIV Results to Low-Risk Individuals: Still Hazy After All These Years. *Current HIV research*, *13*(5), 381-390.
- Gigerenzer, G. und Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. Psychological Review 102(4), S. 684-704.
- Hoffrage, U., Krauss, S., Martignon, L. & Gigerenzer, G. (2015). Natural frequencies improve Bayesian reasoning in simple and complex inference tasks. Frontiers in Psychology.
- Hoffrage, U., Hafenbrädl, S., und Bouquet, C. (2015). Natural Frequencies Facilitate Diagnostic Inferences of Managers. *Frontiers in Psychology*, *6*, 642.
- Krauss, S., Martignon, L. und Hoffrage, U. (1999). Simplifying Bayesian inference: The general case. In: Lorenzo Magnani, Nancy J. Nersessian, Paul Thagard: *Model-Based Reasoning in Scientific Discovery*. S. 165-179. Springer, US.
- McDowell, M. & Jacobs, P. (under reveiw). Meta-Analysis of the effect of natural frequencies on Bayesian reasoning.
- Prinz, R., A Feufel, M., Gigerenzer, G., und Wegwarth, O. (2015). What Counselors Tell Low-Risk Clients About HIV Test Performance. *Current HIV research*, *13*(5), 369-380.
- Siegrist, M., und Keller, C. (2011). Natural frequencies and Bayesian reasoning: the impact of formal education and problem context. *J. Risk Res.* 14, 1039–1055.
- Steckelberg A., Balgenorth A., Berger J., Mühlhauser I. (2004). Explaining computation of predictive values: 2 × 2 table versus frequency tree. A randomized controlled trial [ISRCTN74278823]. *BMC Med. Educ. 4*,13.
- Stine, G. J. (1996). Acquired immune deficiency syndrome: Biological, medical, social, and legal issues, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall (2. Aufl.)
- Wassner, C. (2004). Förderung Bayesianischen Denkens Kognitionspsychologische Grundlagen und didaktische Analysen. KaDiSto Band 4, Kassel.



Studie 1 • Design der Untersuchung

- Versuchspersonen: N = 190 Medizinstudierende der Universität Regensburg (etwa n = 32 pro Bedingung)
- 3×2×2-Design (Visualisierung × Format der Information × Kontext)
 - Visualisierung: "Nur Text" vs. "Text und Baum" vs. "Nur Baum"
 - Format der Information: "Wahrscheinlichkeiten" vs. "Natürliche Häufigkeiten"
 - Kontext: "Brustkrebs" und "HIV-Tests", not a factor of interest)
- Jede Versuchsperson bearbeitete 2 Aufgaben zu 2 verschiedenen medizinischen Kontexten

Nr.	Format der Information	Visualisierun g	
1	Wahrscheinlich- keiten	Nur Text	Brustkrebs
2		Text und Baum	
3		Nur Baum	
4	Natürliche Häufigkeiten	Nur Text	Brus
5		Text und Baum	ontext:
6		Nur Baum	Kon

Nr.	Format der Information	Visualisierun g	
7	Wahrscheinlich- keiten	Nur Text	
8		Text und Baum	
9		Nur Baum	Posts
10	Natürliche Häufigkeiten	Nur Text	בׁ ב
11		Text und Baum	Kontext HIV-Tests
12		Nur Baum	Kon



Studie 2 • Design der Untersuchung

- Versuchspersonen: N = 198 Medizinstudierende der Universität Regensburg (etwa n = 33 pro Bedingung)
- 3×2×2-Design (Visualisierung × Format der Information × Kontext)
 - Visualisierung: "Vollständiger Baum" vs. "Markierter Baum" vs. "Reduzierter Baum"
 - Format der Information: "Wahrscheinlichkeiten" vs. "Natürliche Häufigkeiten"
 - Kontext: "Brustkrebs" und "HIV-Tests", not a factor of interest)
- Jede Versuchsperson bearbeitete 2 Aufgaben zu 2 verschiedenen medizinischen Kontexten (Brustkrebs, HIV-Tests)

Nr.	Format der Information	Visualisierung	
1	Wahrscheinlich- keiten	Vollständiger Baum	
2		Markierter Baum	SC
3		Reduzierter Baum	Brustkrebs
4	Natürliche Häufigkeiten	Vollständiger Baum	Brus
5		Markierter Baum	Kontext:
6		Reduzierter Baum	Kon

	Nr.	Format der Information	Visualisierung		
	7	Wahrscheinlich- keiten	Vollständiger Baum		
	8		Markierter Baum		
	9		Reduzierter Baum	Fests	
	10	Natürliche Häufigkeiten	Vollständiger Baum	HIV-Tests	
si si	11		Markierter Baum	Kontext:	
	12		Reduzierter Baum	Kon	



Tree diagrams for complex Bayesian tasks • HIV-tests

